

# Introducción a la Econometría

## Capítulo 6

Ezequiel Uriel Jiménez  
Universidad de Valencia

Valencia, Septiembre de 2013

# 6 Relajación de los supuestos en el modelo lineal clásico

6.1 Relajación de los supuestos del *MLC*: una panorámica

6.2 Errores de especificación

6.3 Multicolinealidad

6.4 Contraste de normalidad

6.5 Heteroscedasticidad

6.6 Autocorrelación

Ejercicios

Apéndice 6.1

## 6.2 Errores de especificación

CUADRO 6.1. Resumen del sesgo en  $\tilde{\beta}_2$  cuando se omite  $x_2$  en la ecuación estimada.

	$Corr(x_2, x_3) > 0$	$Corr(x_2, x_3) < 0$
$\beta_3 > 0$	Sesgo positivo	Sesgo negativo
$\beta_3 < 0$	Sesgo negativo	Sesgo positivo

## 6.2 Errores de especificación

EJEMPLO 6.1 Especificación errónea en un modelo de determinación de los salarios (archivo wage06sp)

Modelo inicial  $wage = \beta_1 + \beta_2 educ + \beta_3 tenure + u$

$$\widehat{wage}_i = 4.679 + 0.681 educ_i + 0.293 tenure_i$$

(1.55)            (0.146)            (0.071)

$$R_{init}^2 = 0.249 \quad n = 150$$

Modelo aumentado  $wage = \beta_1 + \beta_2 educ + \beta_3 tenure + \alpha_1 \widehat{wage}^2 + \alpha_2 \widehat{wage}^3 + u$

$$R_{augm}^2 = 0.289$$

$$F = \frac{(R_{augm}^2 - R_{init}^2) / r}{(1 - R_{augm}^2) / (n - h)} = 4.18$$

## 6.3 Multicolinealidad

EJEMPLO 6.2 Analizando la multicolinealidad en el caso del absentismo laboral (fichero absent)

CUADRO 6.2. Tolerancia y *FAV*.

	Estadísticos de colinealidad	
	Tolerancia	<i>FAV</i>
edad	0.2346	4
antigüedad	0.2104	5
salario	0.7891	1

# 6.3 Multicolinealidad

EJEMPLO 6.3 Analizando la multicolinealidad de los factores que determinan el tiempo dedicado al trabajo doméstico (fichero timuse03)

$$houswork = \beta_1 + \beta_2 educ + \beta_3 hhinc + \beta_4 age + \beta_5 paidwork + u$$

$$K = \sqrt{\frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}}} = \sqrt{\frac{542.14}{7.06E-06}} = 8782$$

CUADRO 6.3. Raíces características y proporciones de descomposición de la varianza.

Raíces características	7.03E-06	0.000498	0.025701	1.861396	542.1400
------------------------	----------	----------	----------	----------	----------

Proporciones de descomposición de la varianza

Variable	Associated Eigenvalue				
	1	2	3	4	5
C	0.999995	4.72E-06	8.36E-09	1.23E-13	1.90E-15
EDUC	0.295742	0.704216	4.22E-05	2.32E-09	3.72E-11
HHINC	0.064857	0.385022	0.209016	0.100193	0.240913
AGE	0.651909	0.084285	0.263805	5.85E-07	1.86E-08
PAIDWORK	0.015405	0.031823	0.007178	0.945516	7.80E-05

6 Relajación de los supuestos en el modelo lineal clásico

## 6.4 Contraste de normalidad

EJEMPLO 6.4 ¿Es aceptable la hipótesis de normalidad en el modelo para analizar la eficiencia de la Bolsa de Madrid? (fichero bolmadef)

$$n=247$$

CUADRO 6.4. Contraste normalidad en el modelo de la Bolsa de Madrid.

<i>coeficiente de asimetría</i>	<i>coeficiente de curtosis</i>	<i>Estadístico Bera y Jarque</i>
-0.0421	4.4268	21.0232

## 6.5 Heteroscedasticidad

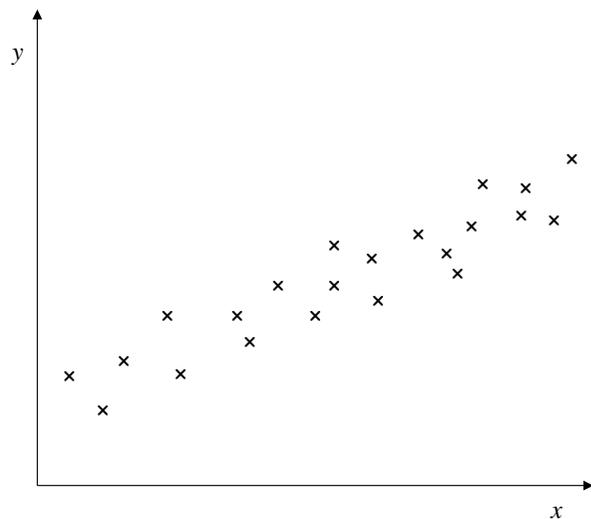


FIGURA 6.1. Diagrama de dispersión correspondiente a un modelo con perturbaciones homoscedásticas.

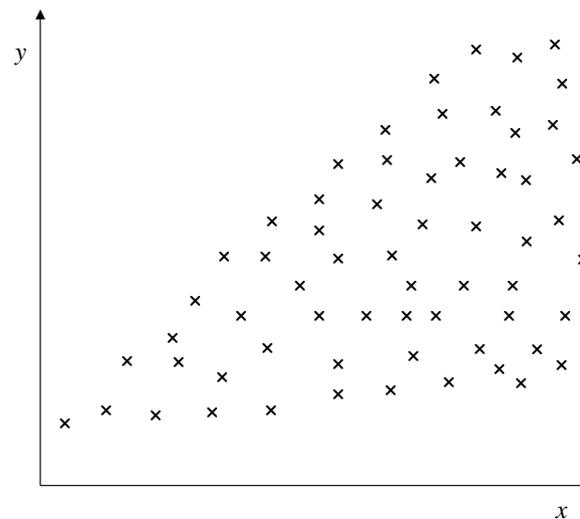


FIGURA 6.2. Diagrama de dispersión correspondiente a un modelo con perturbaciones heteroscedásticas.

## 6.5 Heteroscedasticidad

### EJEMPLO 6.5 Aplicación del contraste de Breusch-Pagan-Godfrey

CUADRO 6.5. Datos de *hostel* y *renta*.

<i>i</i>	<i>hostel</i>	<i>renta</i>
1	17	500
2	24	700
3	7	250
4	17	430
5	31	810
6	3	200
7	8	300
8	42	760
9	30	650
10	9	320

Paso 1. Se aplican MCO al modelo:  $hostel = \beta_1 + \beta_2 renta + u$

y, utilizando los datos del cuadro 6.5, se obtiene el siguiente modelo estimado:

$$\widehat{hostel}_i = -7.427 + 0.0533 renta_i$$

(3.48)            (0.0065)

Los residuos correspondientes a este modelo ajustado aparecen en el cuadro 6.6

## 6.5 Heteroscedasticidad

### EJEMPLO 6.5 Aplicación del contraste de Breusch-Pagan-Godfrey (Cont.)

CUADRO 6.6. Residuos de la regresión de *hostel* sobre renta.

$i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\hat{u}_i$	-2.226	-5.888	1.1	1.505	-4.751	-0.234	-0.565	8.913	2.777	-0.631

Paso 2. La regresión auxiliar a estimar será la siguiente:

$$\hat{u}_i^2 = \alpha_1 + \alpha_2 \text{renta}_i + \eta_i$$
$$\hat{u}_i^2 = -23.93 + 0.0799 \text{renta} \quad R^2 = 0.5045$$

Paso 3. El estadístico *BPG* es:

$$BPG = nR_{ar}^2 = 10(0.56) = 5.05$$

Paso 4. Dado que  $\chi_2^{2(0.05)} = 3.84$ , se rechaza la hipótesis nula de homoscedasticidad para un nivel del 5%, ya que  $BPG > 3.84$ , pero no para el nivel de significación del 1%.

## 6.5 Heteroscedasticidad

### EJEMPLO 6.6 Aplicación del contraste de White (datos cuadro 6.5)

*Paso 1.* Este paso es igual que en el contraste de Breusch-Pagan-Godfrey.

*Paso 2.* Los regresores de la regresión auxiliar son:

$$\psi_{1i} = 1 \quad \forall i$$

$$\psi_{2i} = 1 \times \text{renta}_i$$

$$\psi_{3i} = \text{renta}_i^2$$

$$\hat{u}_i^2 = \alpha_1 + \alpha_2 \text{renta}_i + \alpha_3 \text{renta}_i^2 + \eta_i$$

$$\hat{u}_i^2 = 14.29 - 0.10 \text{renta}_i + 0.00018 \text{renta}_i^2 \quad R^2 = 0.56$$

*Paso 3.* El estadístico  $W$  es:

$$W = nR^2 = 10(0.56) = 5.60$$

*Paso 4.* Dado que  $\chi_2^{2(0.10)} = 4.61$ , se rechaza la hipótesis nula de homoscedasticidad para un nivel del 10% ya que  $W = nR^2 > 4.61$ , pero no para niveles de significación del 5% y del 1%.

## 6.5 Heteroscedasticidad

EJEMPLO 6.7 Contrastes de heteroscedasticidad en la determinación del valor de las acciones de los bancos españoles (fichero bolmad95)

*Heteroscedasticidad en el modelo lineal*

$$marktval = \beta_1 + \beta_2 bookval + u$$

$$\widehat{marktval} = 29.42 + 1.219 bookval$$

(30.85)      (0.127)

$$n = 20$$

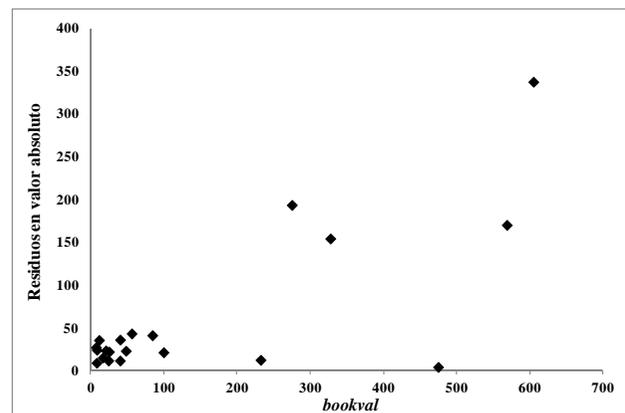


GRÁFICO 6.1. Diagrama de dispersión entre los residuos en valor absoluto y la variable *bookval* en el modelo lineal.

$$BPG = nR_{ra}^2 = 20 \times 0.5220 = 10.44$$

Como  $\chi_1^{2(0.01)} = 6.64 < 10.44$ , se rechaza la hipótesis nula de homoscedasticidad para un nivel de significación del 1%, y, en consecuencia para  $\alpha = 0.05$  y para  $\alpha = 0.10$ .

$$W = nR_{ra}^2 = 20 \times 0.6017 = 12.03$$

Como  $\chi_2^{2(0.01)} = 9.21 < 12.03$ , se rechaza la hipótesis nula de homoscedasticidad para un nivel de significación del 1%.

## 6.5 Heteroscedasticidad

EJEMPLO 6.7 Contrastes de heteroscedasticidad en la determinación del valor de las acciones de los bancos españoles (Cont.)

*Heteroscedasticidad en el modelo doblemente logarítmico*

$$\widehat{\ln(\text{marktval})} = 0.676 + 0.9384 \ln(\text{bookval})$$

(0.265)                      (0.062)

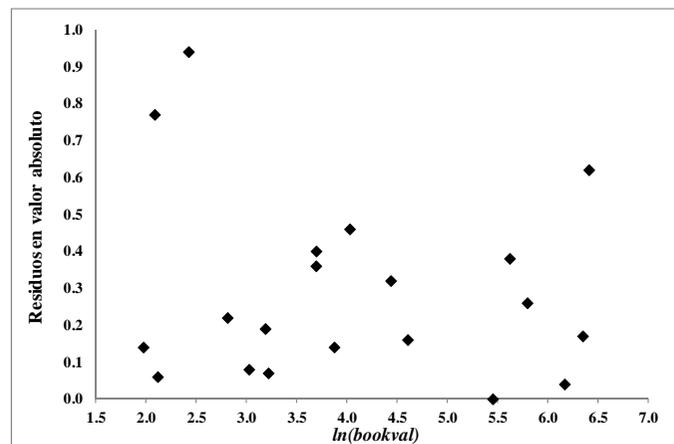


GRÁFICO 6.2. Diagrama de dispersión entre los residuos en valor absoluto y la variable  $\ln(\text{bookval})$  en el modelo doblemente logarítmico

CUADRO 6. 7. Contrastes de heteroscedasticidad en el modelo doblemente logarítmico para explicar el valor de mercado de los bancos españoles.

<i>Contraste</i>	<i>Estadístico</i>	<i>Valores tablas</i>
Breusch-Pagan	$BP = nR_{ra}^2 = 1.05$	$\chi_2^{2(0.10)} = 4.61$
White	$W = nR_{ra}^2 = 2.64$	$\chi_2^{2(0.10)} = 4.61$

# 6.5 Heteroscedasticidad

EJEMPLO 6.8 ¿Existe heteroscedasticidad en la demanda de servicios de hostelería?  
(fichero hostel)

$$\ln(\text{hostel}) = \beta_1 + \beta_2 \ln(\text{inc}) + \beta_3 \text{secstud} + \beta_4 \text{terstud} + \beta_5 \text{hhsiz} + u$$

$$\widehat{\ln(\text{hostel})}_i = -16.37 + 2.732 \ln(\text{inc})_i + 1.398 \text{secstud}_i + 2.972 \text{terstud}_i - 0.444 \text{hhsiz}_i$$

(2.26)
(0.324)
(0.258)
(0.333)
(0.088)

$$R^2 = 0.921 \quad n = 40$$

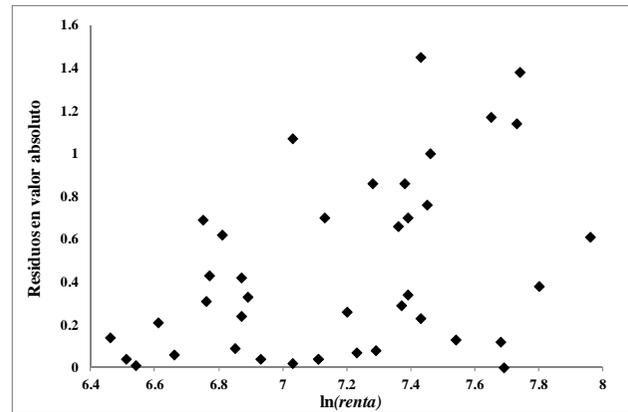


GRÁFICO 6.3. Diagrama de dispersión entre los residuos en valor absoluto y la variable  $\ln(\text{inc})$  en la estimación del modelo de hostelería.

CUADRO 6. 8. Contrastes de heteroscedasticidad en el modelo de demanda de servicios de hostelería.

<i>Contraste</i>	<i>Estadístico</i>	<i>Valores tablas</i>
Breusch-Pagan-Godfrey	$BPG = nR_{ra}^2 = 7.83$	$\chi_2^{2(0.05)} = 5.99$
White	$W = nR_{ra}^2 = 12.24$	$\chi_2^{2(0.01)} = 9.21$

## 6.5 Heteroscedasticidad

EJEMPLO 6.9 Errores estándar consistentes en la determinación del valor de las acciones de los bancos españoles (Continuación ejemplo 6.7) (archivo bolmad95)

*No consistente*

$$\widehat{marktval} = 29.42 + 1.219 \text{bookval}$$

(30.85)      (0.127)

$$\widehat{\ln(\text{marktval})} = 0.676 + 0.9384 \ln(\text{bookval})$$

(0.265)      (0.062)

*Procedimiento White*

$$\widehat{marktval} = 29.42 + 1.219 \text{bookval}$$

(18.67)      (0.249)

$$\widehat{\ln(\text{marktval})} = 0.676 + 0.9384 \ln(\text{bookval})$$

(0.3218)      (0.0698)

## 6.5 Heteroscedasticidad

EJEMPLO 6.10 Aplicación de mínimos cuadrados ponderados en la demanda de servicios de hostelería (Continuación 6.8) (fichero hostel)

$$\widehat{u}_i = 0.0239 + 0.0003 inc \quad R^2 = 0.1638$$

(0.143)                      (2.73)

$$\widehat{u}_i = -0.4198 + 0.0235\sqrt{inc} \quad R^2 = 0.1733$$

(-1.34)                      (2.82)

$$\widehat{u}_i = 0.8857 - 532.1 \frac{1}{inc} \quad R^2 = 0.1780$$

(5.39)                      (-2.87)

$$\widehat{u}_i = -2.7033 + 0.4389 \ln(inc) \quad R^2 = 0.1788$$

(-2.46)                      (2.88)

*Estimación WLS*

$$\widehat{\ln(hostel)}_i = -16.21 + 2.709 \ln(inc)_i + 1.401 secstud_i + 2.982 terstud_i - 0.445 hhsiz_e_i$$

(2.15)                      (0.309)                      (0.247)                      (0.326)                      (0.085)

$$R^2 = 0.914 \quad n = 40$$

## 6.6 Autocorrelación

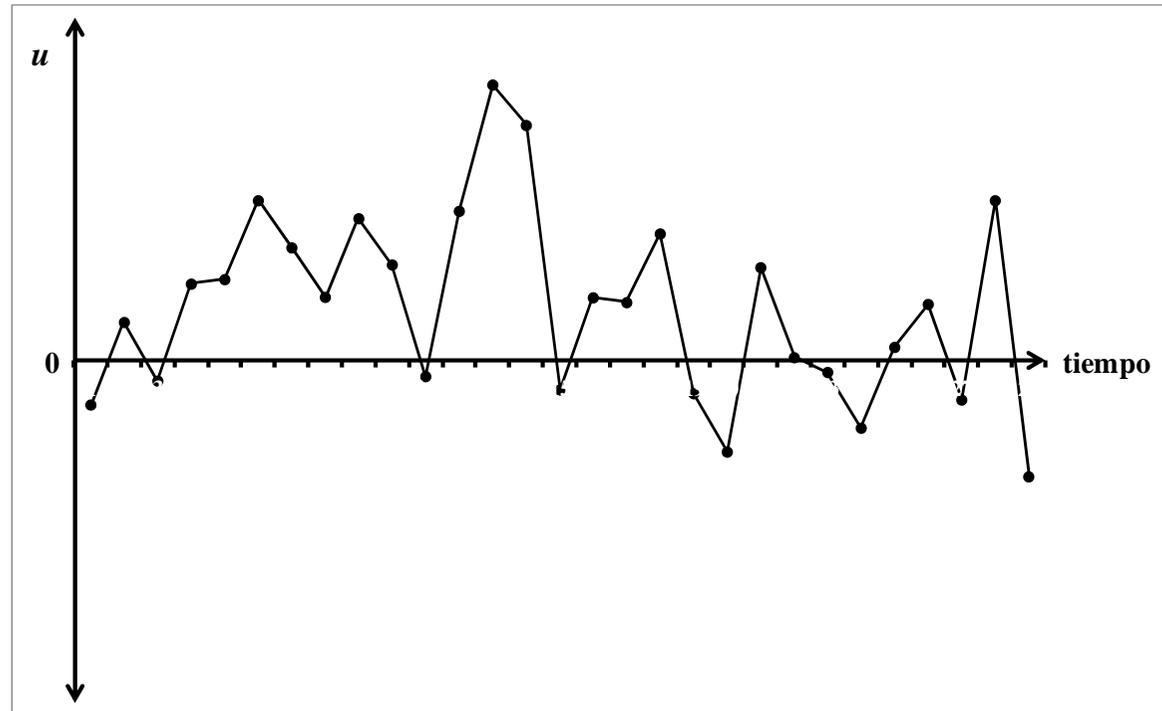


FIGURA 6.3. Gráfico de perturbaciones no autocorrelacionadas.

## 6.6 Autocorrelación

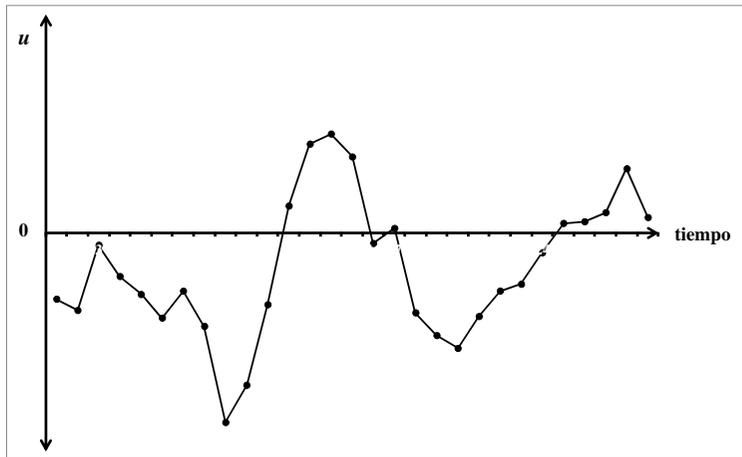


FIGURA 6.4. Gráfico de perturbaciones autocorrelacionadas positivamente.

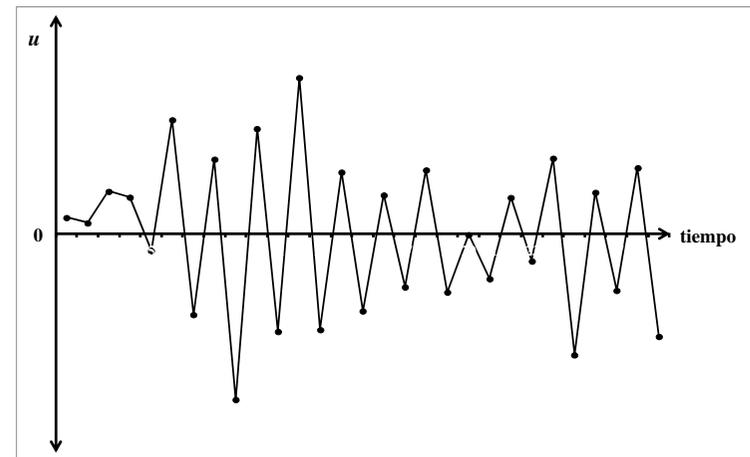


FIGURA 6.5. Gráfico de perturbaciones autocorrelacionadas negativamente.

## 6.6 Autocorrelación

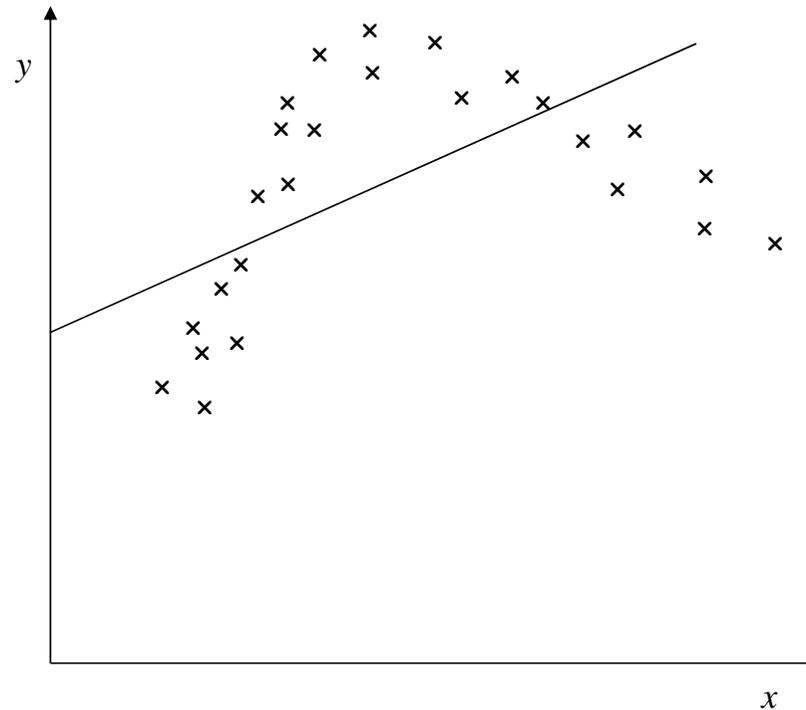


FIGURA 6.6. Perturbaciones autocorrelacionadas debidas a un sesgo de especificación.

## 6.6 Autocorrelación

EJEMPLO 6.11 Autocorrelación en el modelo para determinar la eficiencia de la Bolsa de Madrid (archivo bolmadef)

$$d_L=1.664; \quad d_U=1.684$$

Puesto que  $DW=2.04 > d_U$ , se acepta la hipótesis nula de que las perturbaciones no están autocorrelacionadas, para un nivel de significación del 1%.

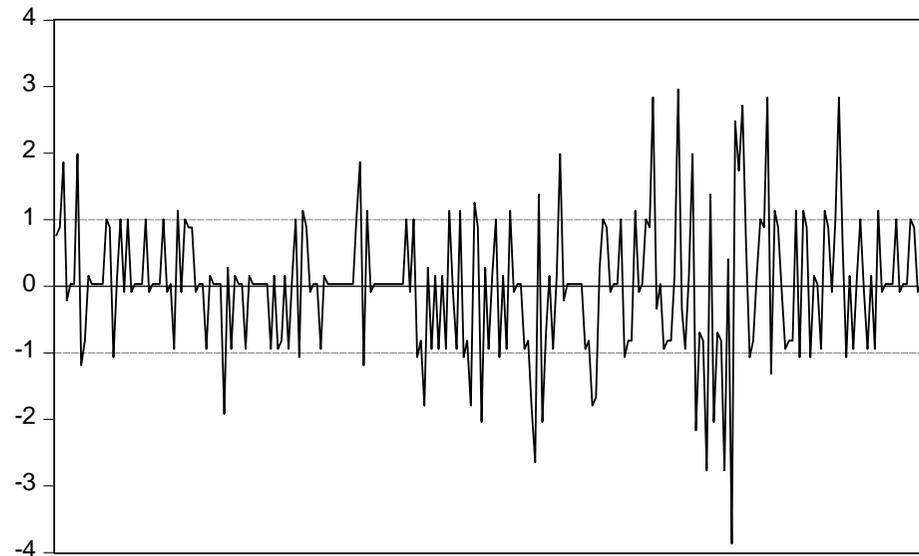


GRÁFICO 6.4. Residuos estandarizados en la estimación del modelo para determinar la eficiencia de la Bolsa de Madrid

## 6.6 Autocorrelación

### EJEMPLO 6.12 Autocorrelación en el modelo sobre la demanda de pescado (fichero fishdem)

Para  $n=28$  y  $k'=3$ , y para un nivel de significación del 1%:

$$d_L=0.969; \quad d_U=1.415$$

Dado que  $d_L < 1.202 < d_U$ , no hay evidencias suficientes ni para aceptar la hipótesis nula, ni para rechazarla.

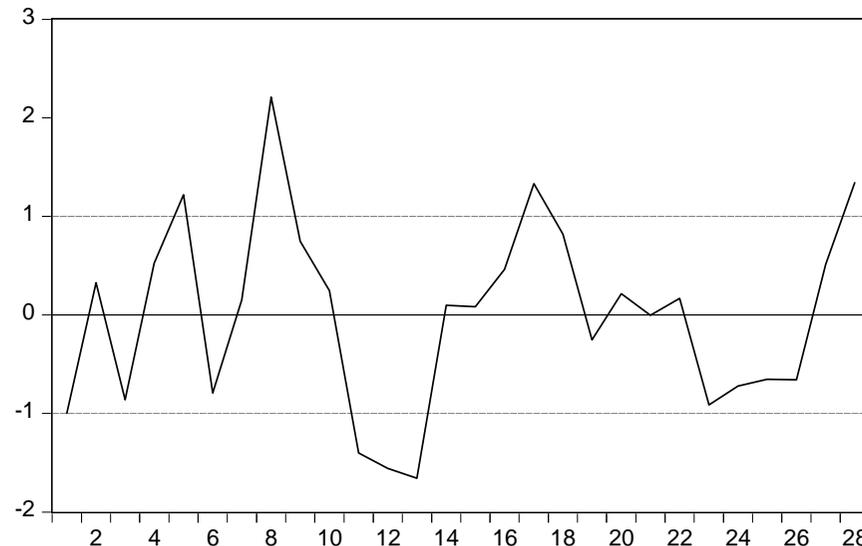


GRÁFICO 6.5. Residuos estandarizados en la estimación del modelo de demanda de pescado

## 6.6 Autocorrelación

EJEMPLO 6.13 Autocorrelación en el caso de Lydia E. Pinkham  
(fichero pinkham)

$$h = \hat{\rho} \sqrt{\frac{n}{1 - n \widehat{\text{var}}(\hat{\beta}_j)}} = \left[1 - \frac{d}{2}\right] \sqrt{\frac{n}{1 - n \widehat{\text{var}}(\hat{\beta}_j)}} = \left[1 - \frac{1.2012}{2}\right] \sqrt{\frac{53}{1 - 53 \times 0.0814^2}} = 3.61$$

Dado este valor de  $h$ , se rechaza la hipótesis nula de no autocorrelación, ya que la hipótesis nula se rechaza para  $\alpha = 0.01$  e, incluso, para  $\alpha = 0.001$ , de acuerdo a la tabla de la normal.

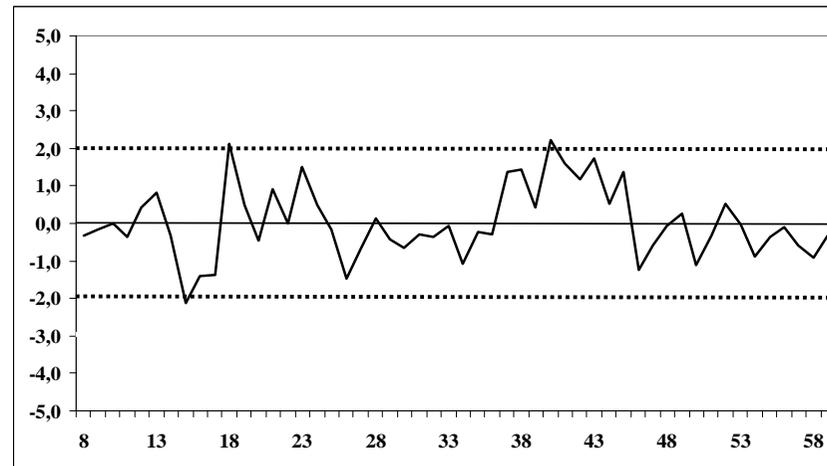


GRÁFICO 6.6. Residuos estandarizados en la estimación del modelo del caso Lydia E. Pinkham

## 6.6 Autocorrelación

EJEMPLO 6.14 Autocorrelación en un modelo para explicar los gastos de los residentes en el extranjero (archivo qnatacsp)

$$\widehat{\ln(turimp_t)} = -17.31 + 2.0155 \ln(gdp_t)$$

(3.43)                      (0.276)

$$R^2 = 0.531 \quad DW = 2.055 \quad n = 49$$

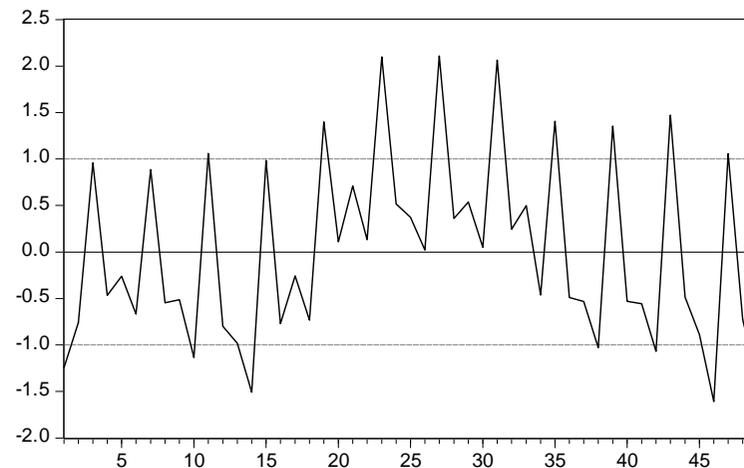


GRÁFICO 6.7. Residuos estandarizados en el modelo para explicar los gastos de los residentes en el extranjero.

Para un esquema  $AR(4)$ , es igual a  $nR_{ar}^2 = 36.35$ . Dado este valor de  $BG$ , se rechaza la hipótesis de no autocorrelación para  $\alpha = 0.01$ , ya que  $\chi_5^{2(\alpha)} = 15.09$ .

## 6.6.4 Errores estándar HAC

EJEMPLO 6.15 Errores estándar *HAC* en el caso de Lydia E. Pinkham  
(Continuación del ejemplo 6.13) (archivo pinkham)

CUADRO 6.9. Estadísticos *t*, convencional y *HAC*, en el caso de Lydia E. Pinkham.

regresor	<i>t</i> convencional	<i>t</i> HAC	ratio
<i>intercept</i>	2.644007	1.779151	1.49
<i>advexp</i>	3.928965	5.723763	0.69
<i>sales</i> (-1)	7.45915	6.9457	1.07
<i>d</i> 1	-1.499025	-1.502571	1
<i>d</i> 2	3.225871	2.274312	1.42
<i>d</i> 3	-3.019932	-2.658912	1.14